

第3学年1組 数学科学習指導案

指導者 吉田 真人

- 1 日 時 令和4年6月10日（金）
- 2 単 元 名 数と式『九九表の秘密』
- 3 学 習 空 間 3年1組教室
- 4 単元について

(1) 長崎栄三(2007)は、「算数・数学教育の目的は①実目的、②文化的目的、③人間形成的目的に分類される」と述べている。つまり、日々の生活における実目的だけでなく、文化的価値、陶冶的価値を感じる事が、数学教育の目的である。数式領域において、既習内容である九九表を再度見直し、新たな規則性を発見することは、文化的価値、つまり算数・数学の文化性に対応するものであり、数学の偉大さ、有用性、審美性などを感じることができる教材であると考えられる。さらに、教育課程部会算数・数学ワーキンググループ(2016)では、「今後の数学教育において求められているのは、『事象を数理的に捉え、数学の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決することができる』という資質・能力の育成が重要である」と述べている。つまり九九表における規則性の探究は、まさに「自立的、協働的に解決する」ことに適していると考えられる。

本単元では、九九表の数字から様々な規則性を見つけることを中心に考察することを目標としている。表の正方形枠の4数に目をつけることで「対角にある数の積は等しい」などの規則を見つけることができる。また、積を和に変えると「対角にある2数の和を比較すると差は1」という規則も見つけられる。これらのことは、囲む正方形の大きさを変えても同じようにいえる。これらを、文字を用いて説明することで、規則性の美しさ(審美性)をもった学問であるということ、またどんな場合でも見つけた規則性が成り立つことを示すには、論理的な思考が必要であることに気づかせたい。そして、九九表やカレンダーなど、数字が規則正しく並んでいる事象に対して、数学的な見方や考え方を働かせながら、その美しさを感じ取れるような生徒を育てたい。

(2) 本学級は、男子16名、女子19名、計35名の学級である。「数学を学ぶよさは何か」という事前アンケートでは、「将来役に立つ」「生活の中で使える」といった実用価値に関する回答を行った生徒は24名(69%)、「物事を判断するときに必要なもの」といった文化的価値に関する回答を行った生徒は3名(9%)、「思考力が育つ」といった陶冶的価値に関する回答をした生徒は8名(29%)であった。(複数回答)このことから、数学を学ぶことに、文化的価値を感じている生徒は多いとは言えない。本単元の学習を通して、実用価値だけでなく、文化的価値も見出してほしいと感じている。

(3) 本単元を指導する(個の「ものがたり」を深める)にあたって、次の点に留意したい。

- ・ 九九表から偶発的に規則性を見つけるのではなく、積や和、差、L字型を考えるための見方・考え方ができるようにするために、単元構成を工夫する。
- ・ 生徒に、見つけた規則性はどんな時でも成り立つのか?と問うことで、批判的思考を促す。
- ・ 数学の文化的価値について感じるようにするために、九九表の数字を高さとした立体模型を示し、隣り合う2数の差(等差数列)や、和や2乗関係が視覚的に実感できるようにする。
- ・ 他者の考えを聞き、自分の考えに変容が起きたり、考えを深めたりすることができるようにするために、4人班で語り合う活動を積極的に行う。

5 本単元の目標

(1) 本単元の「ものがたりの授業」構想図

『ものがたりの授業』

★授業者のねがい（授業を通して生徒に期待する成長や変容）
規則正しい整数の並びから、数学の美しさを実感してほしい。

●題材（九九表）に対する「ものがたり」の変容

（学習前）

九九表は、かけ算などの計算を行うために必要なものであり、 9×9 の数字を暗記するものである。

探究的な学び
他者と語り合う

（学習後）

九九表は、かけ算の答えが並んだ表だけではなく、ブロック型やL形の和などを考えることで、思いもよらなかった秘密（規則性）を見つけることができた。

《（授業者が考えた）単元学習後の「振り返り」例》 *「自己に引きつけた語り」部分















私は、数学とは公式を暗記し、問題の数字を当てはめていく教科だと思っていました。実際、小学校の算数から中学校の数学になって、文字や記号が増えてきて、難しくなることに抵抗や、半ば諦めを感じていました。どうして、算数や数学を勉強しないといけないのか、と聞かれると「将来、役に立つから」とみんなは言うけれど、大人になっても日常生活で、因数分解や三平方の定理を使う機会はまったくと言ってよいほど使う機会はないと思います。

単元の学習を通して、小学2年生で習った九九表に、かけ算だけでなくいろんな秘密（規則性）が隠れていたなんて、とても驚きました。例えば、対角線上の2数の積が等しくなることや、L型で区切った数の和が、 n の3乗になることなど、自分たちで新しい規則性（公式）を見つけ、その仕組みを説明することができました。この学習を通して、公式とは覚えるものではなく、自分たちで創っていくものだ、考えが変わりました。また、数学のよさとは役に立つ、立たないではなく、様々な見方ができることだと感じました。これからは、数学という教科をクイズのように解いていくのではなく、整然と規則正しく並んだ九九表から、たくさんの秘密を見つけたように、自分たちで探究しながら、楽しんでいきたいと思います。

(2) 本単元で育成する資質・能力

知識 技能	・数の範囲を拡張し、数の性質や計算について考察したり、文字を用いて数量の関係や法則などを理解する力を身につける。	○九九表にある数字を、2数の積だけで考えるのではなく、ブロックやL字型の和について、関係や法則を理解する力を身につけることができる。
思考力 判断力 表現力等	・数の範囲に着目し、数の性質や計算について考察したり、文字を用いて数量の関係や法則などを考察したりする力を養う。	○直感をもとに、ある規則性が成り立つのではないかと仮説を立て、その規則性がどの場合でも成り立つことを説明することができる。
学びに向かう力 人間性等	・数学的に表現・処理したことを振り返り、多面的に捉え検討してよりよいものを求めて粘り強く考える態度、数学のよさに気づき学習したことを生活や学習に活用しようとする態度を養う。	○事象を数理的に捉え、数学の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決しようとしたり、規則性を発展させることで、新たな規則性を見つけようとしたりする態度を養う。

(3) 単元構成 (全2時間)

時間	学習課題 (中心の問い) と◆学習内容	生徒の思考・反応・振り返り																																																																																																																																																																																																				
0	◆数学の学習についての考えと、九九表に対する考えを記述する。	<p>数学は、公式を覚えて、数を当てはめていく学習だ。数式領域は、数がだんだんややこしくなるから苦手だ。</p> 																																																																																																																																																																																																				
1	<p>(学習課題) 九九表にはどんな秘密があるのか？</p> <p>◆九九表の中からいくつかの数の和や積を考えることで、規則性を見つけることができる。</p> <div data-bbox="263 537 829 750">  <p>色のついた部分に着目して、何か気づいたことはありますか？</p> <table border="1" data-bbox="558 537 766 750"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr> <tr><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td><td>12</td><td>14</td><td>16</td><td>18</td></tr> <tr><td>3</td><td>6</td><td>9</td><td>12</td><td>15</td><td>18</td><td>21</td><td>24</td><td>27</td></tr> <tr><td>4</td><td>8</td><td>12</td><td>16</td><td>20</td><td>24</td><td>28</td><td>32</td><td>36</td></tr> <tr><td>5</td><td>10</td><td>15</td><td>20</td><td>25</td><td>30</td><td>35</td><td>40</td><td>45</td></tr> <tr><td>6</td><td>12</td><td>18</td><td>24</td><td>30</td><td>36</td><td>42</td><td>48</td><td>54</td></tr> <tr><td>7</td><td>14</td><td>21</td><td>28</td><td>35</td><td>42</td><td>49</td><td>56</td><td>63</td></tr> <tr><td>8</td><td>16</td><td>24</td><td>32</td><td>40</td><td>48</td><td>56</td><td>64</td><td>72</td></tr> <tr><td>9</td><td>18</td><td>27</td><td>36</td><td>45</td><td>54</td><td>63</td><td>72</td><td>81</td></tr> </table> </div> <div data-bbox="263 772 829 985">  <p>この図ではどうですか？</p> <table border="1" data-bbox="558 772 766 985"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr> <tr><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td><td>12</td><td>14</td><td>16</td><td>18</td></tr> <tr><td>3</td><td>6</td><td>9</td><td>12</td><td>15</td><td>18</td><td>21</td><td>24</td><td>27</td></tr> <tr><td>4</td><td>8</td><td>12</td><td>16</td><td>20</td><td>24</td><td>28</td><td>32</td><td>36</td></tr> <tr><td>5</td><td>10</td><td>15</td><td>20</td><td>25</td><td>30</td><td>35</td><td>40</td><td>45</td></tr> <tr><td>6</td><td>12</td><td>18</td><td>24</td><td>30</td><td>36</td><td>42</td><td>48</td><td>54</td></tr> <tr><td>7</td><td>14</td><td>21</td><td>28</td><td>35</td><td>42</td><td>49</td><td>56</td><td>63</td></tr> <tr><td>8</td><td>16</td><td>24</td><td>32</td><td>40</td><td>48</td><td>56</td><td>64</td><td>72</td></tr> <tr><td>9</td><td>18</td><td>27</td><td>36</td><td>45</td><td>54</td><td>63</td><td>72</td><td>81</td></tr> </table> </div> <div data-bbox="263 1008 829 1232">  <p>たて、よことくれば、つぎは？</p> <p>和だけでなく、積なども考えてみましょう。</p> </div>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	2	4	6	8	10	12	14	16	18	3	6	9	12	15	18	21	24	27	4	8	12	16	20	24	28	32	36	5	10	15	20	25	30	35	40	45	6	12	18	24	30	36	42	48	54	7	14	21	28	35	42	49	56	63	8	16	24	32	40	48	56	64	72	9	18	27	36	45	54	63	72	81	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	2	4	6	8	10	12	14	16	18	3	6	9	12	15	18	21	24	27	4	8	12	16	20	24	28	32	36	5	10	15	20	25	30	35	40	45	6	12	18	24	30	36	42	48	54	7	14	21	28	35	42	49	56	63	8	16	24	32	40	48	56	64	72	9	18	27	36	45	54	63	72	81	<p>九九表は、小学2年生で学習する暗記の表だ。</p> <p>同じ色の和がどれも100だ。</p> <p>真ん中の数の4倍なのか？</p> <p>他の場所でも確かめてみよう！…うん、どこでも4倍になっているよ。</p> <p>これも、さっきと同じことがいえるよ。あ！色のついた部分をずらしても、同じことがいえるよ</p> <p>ななめ！…ってどうするの？</p> <p>たして100になる数を探してみよう。…あったぞ！</p>     																
1	2	3	4	5	6	7	8	9																																																																																																																																																																																														
1	2	3	4	5	6	7	8	9																																																																																																																																																																																														
2	4	6	8	10	12	14	16	18																																																																																																																																																																																														
3	6	9	12	15	18	21	24	27																																																																																																																																																																																														
4	8	12	16	20	24	28	32	36																																																																																																																																																																																														
5	10	15	20	25	30	35	40	45																																																																																																																																																																																														
6	12	18	24	30	36	42	48	54																																																																																																																																																																																														
7	14	21	28	35	42	49	56	63																																																																																																																																																																																														
8	16	24	32	40	48	56	64	72																																																																																																																																																																																														
9	18	27	36	45	54	63	72	81																																																																																																																																																																																														
1	2	3	4	5	6	7	8	9																																																																																																																																																																																														
1	2	3	4	5	6	7	8	9																																																																																																																																																																																														
2	4	6	8	10	12	14	16	18																																																																																																																																																																																														
3	6	9	12	15	18	21	24	27																																																																																																																																																																																														
4	8	12	16	20	24	28	32	36																																																																																																																																																																																														
5	10	15	20	25	30	35	40	45																																																																																																																																																																																														
6	12	18	24	30	36	42	48	54																																																																																																																																																																																														
7	14	21	28	35	42	49	56	63																																																																																																																																																																																														
8	16	24	32	40	48	56	64	72																																																																																																																																																																																														
9	18	27	36	45	54	63	72	81																																																																																																																																																																																														
2 本時	<p>(学習課題) 見つけた規則性 (秘密) はどんなときでもいえるのか？</p> <p>◆見つけた規則性を説明することができる。</p> <div data-bbox="263 1377 829 1579">  <p>★前時で見つけた規則性(秘密)を色や文字を使って、説明してみよう。(見つけた規則性を、色や文字を用いて一般化する必要性を生み出す問い(しかけ))</p> </div> <div data-bbox="263 1601 829 1814">  <p>L字型の和について、何か気づくことはありますか？</p> <table border="1" data-bbox="606 1601 790 1803"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr> <tr><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td><td>12</td><td>14</td><td>16</td><td>18</td></tr> <tr><td>3</td><td>6</td><td>9</td><td>12</td><td>15</td><td>18</td><td>21</td><td>24</td><td>27</td></tr> <tr><td>4</td><td>8</td><td>12</td><td>16</td><td>20</td><td>24</td><td>28</td><td>32</td><td>36</td></tr> <tr><td>5</td><td>10</td><td>15</td><td>20</td><td>25</td><td>30</td><td>35</td><td>40</td><td>45</td></tr> <tr><td>6</td><td>12</td><td>18</td><td>24</td><td>30</td><td>36</td><td>42</td><td>48</td><td>54</td></tr> <tr><td>7</td><td>14</td><td>21</td><td>28</td><td>35</td><td>42</td><td>49</td><td>56</td><td>63</td></tr> <tr><td>8</td><td>16</td><td>24</td><td>32</td><td>40</td><td>48</td><td>56</td><td>64</td><td>72</td></tr> <tr><td>9</td><td>18</td><td>27</td><td>36</td><td>45</td><td>54</td><td>63</td><td>72</td><td>81</td></tr> </table> </div> <p>◆「数の秘密」に対するものがたりを記述する。</p>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	2	4	6	8	10	12	14	16	18	3	6	9	12	15	18	21	24	27	4	8	12	16	20	24	28	32	36	5	10	15	20	25	30	35	40	45	6	12	18	24	30	36	42	48	54	7	14	21	28	35	42	49	56	63	8	16	24	32	40	48	56	64	72	9	18	27	36	45	54	63	72	81	<p>「和が100」をほかの場所でもいえたよ。すると九九表全体の和を求められたよ。</p> <table border="1" data-bbox="1093 1310 1292 1512"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr> <tr><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td><td>12</td><td>14</td><td>16</td><td>18</td></tr> <tr><td>3</td><td>6</td><td>9</td><td>12</td><td>15</td><td>18</td><td>21</td><td>24</td><td>27</td></tr> <tr><td>4</td><td>8</td><td>12</td><td>16</td><td>20</td><td>24</td><td>28</td><td>32</td><td>36</td></tr> <tr><td>5</td><td>10</td><td>15</td><td>20</td><td>25</td><td>30</td><td>35</td><td>40</td><td>45</td></tr> <tr><td>6</td><td>12</td><td>18</td><td>24</td><td>30</td><td>36</td><td>42</td><td>48</td><td>54</td></tr> <tr><td>7</td><td>14</td><td>21</td><td>28</td><td>35</td><td>42</td><td>49</td><td>56</td><td>63</td></tr> <tr><td>8</td><td>16</td><td>24</td><td>32</td><td>40</td><td>48</td><td>56</td><td>64</td><td>72</td></tr> <tr><td>9</td><td>18</td><td>27</td><td>36</td><td>45</td><td>54</td><td>63</td><td>72</td><td>81</td></tr> </table> <p>縦の段をa、横の段をbとおいて真ん中の数を表すと、規則性(秘密)がどんなときでも成り立つことを説明できたよ。</p> <table border="1" data-bbox="901 1691 1316 1825"> <tr><td></td><td>(b-1)</td><td>b</td><td>(b+1)</td></tr> <tr><td>(a-1)</td><td>(a-1)(b-1)</td><td>(a-1)b</td><td>(a-1)(b+1)</td></tr> <tr><td>a</td><td>a(b-1)</td><td>n</td><td>a(b+1)</td></tr> <tr><td>(a+1)</td><td>(a+1)(b-1)</td><td>(a+1)b</td><td>(a+1)(b+1)</td></tr> </table> <p>九九表の中には、和だけじゃなく、3乗の関係や2次関数の秘密も隠れていたなんて、驚いた！</p>   	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	2	4	6	8	10	12	14	16	18	3	6	9	12	15	18	21	24	27	4	8	12	16	20	24	28	32	36	5	10	15	20	25	30	35	40	45	6	12	18	24	30	36	42	48	54	7	14	21	28	35	42	49	56	63	8	16	24	32	40	48	56	64	72	9	18	27	36	45	54	63	72	81		(b-1)	b	(b+1)	(a-1)	(a-1)(b-1)	(a-1)b	(a-1)(b+1)	a	a(b-1)	n	a(b+1)	(a+1)	(a+1)(b-1)	(a+1)b	(a+1)(b+1)
1	2	3	4	5	6	7	8	9																																																																																																																																																																																														
1	2	3	4	5	6	7	8	9																																																																																																																																																																																														
2	4	6	8	10	12	14	16	18																																																																																																																																																																																														
3	6	9	12	15	18	21	24	27																																																																																																																																																																																														
4	8	12	16	20	24	28	32	36																																																																																																																																																																																														
5	10	15	20	25	30	35	40	45																																																																																																																																																																																														
6	12	18	24	30	36	42	48	54																																																																																																																																																																																														
7	14	21	28	35	42	49	56	63																																																																																																																																																																																														
8	16	24	32	40	48	56	64	72																																																																																																																																																																																														
9	18	27	36	45	54	63	72	81																																																																																																																																																																																														
1	2	3	4	5	6	7	8	9																																																																																																																																																																																														
1	2	3	4	5	6	7	8	9																																																																																																																																																																																														
2	4	6	8	10	12	14	16	18																																																																																																																																																																																														
3	6	9	12	15	18	21	24	27																																																																																																																																																																																														
4	8	12	16	20	24	28	32	36																																																																																																																																																																																														
5	10	15	20	25	30	35	40	45																																																																																																																																																																																														
6	12	18	24	30	36	42	48	54																																																																																																																																																																																														
7	14	21	28	35	42	49	56	63																																																																																																																																																																																														
8	16	24	32	40	48	56	64	72																																																																																																																																																																																														
9	18	27	36	45	54	63	72	81																																																																																																																																																																																														
	(b-1)	b	(b+1)																																																																																																																																																																																																			
(a-1)	(a-1)(b-1)	(a-1)b	(a-1)(b+1)																																																																																																																																																																																																			
a	a(b-1)	n	a(b+1)																																																																																																																																																																																																			
(a+1)	(a+1)(b-1)	(a+1)b	(a+1)(b+1)																																																																																																																																																																																																			

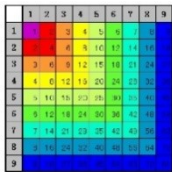
6 本時の学習指導

(1) 目標

- ・ 九九表の中からいくつかの数の和や積を考えることで、規則性を見つけることができる。
- ・ 見つけた規則性が、どんな場合でも成り立つことを、文字を用いて説明することができる。

(2) 学習指導過程

学習内容及び学習活動	予想される生徒の反応	○教師のかかわり・★しかけ
1 前時に見つけた九九表の規則性（秘密）を発表する。（全体）	<ul style="list-style-type: none"> ・ 右下がりの対角線状に2乗の数が並んでおり、それに対して数の並びが対称になっている。 ・ 2行2列の正形状に位置する数の、対角線上の数の積は等しい。 ・ 3行3列の正形状に位置する数をとると、その9つの数の和は、中央の数の9倍になる。 	★色のついた九九表を用いることで、2数や4数の和など自由な思考を促す。（規則性を自ら発見するためのしかけ） ○どうして和が等しくなるのか、2数の関係に着目するよう助言する。 ○和だけでなく、積や数の並びについても着目するよう助言する。
学習課題：見つけた規則性（秘密）はどんなときでもいえるのか？		
2 見つけた規則性（秘密）を、色や文字を用いて確認する。（全体）	<ul style="list-style-type: none"> ・ 縦の段をa、横の段をbとおいて真ん中の数を表すと、規則性（秘密）がどんなときでも成り立つことを説明できたよ。 	○批判的思考を促すために、見つけた規則性は偶然かどうかを問う。 ○まず全体で、文字を用いて規則性を一般化する。
3 見つけた規則性（秘密）を、色や文字を用いて説明する。（グループ）	<ul style="list-style-type: none"> ・ ほかの場所にも、同じ色を塗って確かめると、やっぱり積は等しくなっているよ。 ・ L字型の規則性は、a、a+1とおいても、説明できないよ。他に表し方はないかな。 	○文字を用いることが難しい生徒には、他の場所でも規則性が成り立つことを、色を用いて説明するよう促す。 ○個々の理解度に合わせて、自分が説明したい規則性を選択し、グループごとに説明の方法を考えるよう指示する。
4 本時の授業を振り返る。（全体）	<ul style="list-style-type: none"> ・ 九九表は小学生の問題だと思っていたけど、いろんな秘密があった。 	★九九表の数字を高さにした立体模型を示す。（美しさを視覚的に実感するためのしかけ）



7 見取り

- ・ 毎授業後の振り返りと単元のまとめレポートにおいて、「九九表の秘密」について自分の考えについて、根拠をもって語るができているかを見とる。
- ・ 単元のまとめレポートにおいて、数学を学ぶ意味や（実用価値以外の）価値を実感できているか見とる。