

第1学年3組 数学科学習指導案

指導者 逸見 翔大

- 1 日 時 令和4年6月10日（金） 11:20~12:10
- 2 単 元 名 平面図形『作図』
- 3 学 習 空 間 1年3組教室
- 4 単元について

(1) 作図とは、定規とコンパスを用いて、図に表していくことをいう。定規は、「任意の一点から他の一点に向けて直線を引くこと」ができ、コンパスは、「任意の中心と半径で円を描くこと」ができる。このようなことは、古代エジプトのアレクサンドリアの数学者、ユークリッドが紀元前3世紀頃に編纂したと言われている『原論』に、公準として記されており、作図する上での基礎になっている。定規とコンパスでできる2条件で、ある角度をつくったり、正多角形をかいたりする問題に、多くの数学者が挑戦し続けてきた。「角の三等分線の作図」など、いわゆる「作図三大問題」についての議論も行われてきている。このように作図は、数学という学問の歴史を実感し、これまで発展してきた歴史的背景などに触れるという点で、学習する価値のある題材であると考えられる。

また、中学校数学における図形領域では、第2学年で証明について学習するなど、論理的に思考する学習が主となっている。第1学年で作図を学習し、定規とコンパスという具体物を用いて図形をかくことは、その図形の性質を確かめたり、図形のもつ性質を幅広く理解できたりすることになり、図形の論証へとつながる重要な学習である。

本単元では、実際に定規とコンパスだけでどのような作図を行うことが可能かということを中心に考察し、正多角形の作図などを通して、数学が系統性のあるものであると捉えていく。そして、作図が、ただの操作的な学習ではなく、新たな考えを生み出す可能性を感じる学習であるということに気づかせたい。

(2) 本学級は、男子18名、女子17名、計35名の学級である。小学校では、定規とコンパスの使い方や平面図形の特徴について扱っており、本単元学習前のアンケートによると、全員が正三角形を作図することができ、なぜ作図したものが正三角形といえるのかを説明することができる。また、13名(37.1%)が正六角形を作図することができ、作図できなかった22名(62.9%)は、アンケート後にグループで作図方法について検討し、全員が正六角形を作図することができた。また、「作図はなぜ学習するのか?」という問いに対して、「入試のため」や「職業で使う」など、日常に生かせると考えている生徒が28名(80%)おり、数学の学習に実用的な価値を求めている生徒が、半数以上であることが分かる。作図の学習を通して、数学を学習することで数学の見方や考え方を育むことができるなど、自身の考え方に生かしていきたいという、陶冶的な価値を見出してほしい。

(3) 本単元を指導する(個の「ものがたり」を深める)にあたって、次の点に留意したい。

- ・ 作図の方法を形式的に覚えるだけでなく、その作図の意味について理解し、自分なりに作図を学んだ価値を実感できるようにするために、目的とする作図ができるのは「なぜ?」「どうして?」と繰り返し問い、その根拠について考えるよう促す。
- ・ 定規やコンパスを使ってどのような作図が可能かを考える活動を通して、数学の可能性に迫っていくために、実際に作図する機会を多く設け、色々な作図の方法を称賛するなどして、意欲的に取り組めるようなしなかけを講じる。
- ・ 数学の文化的価値について感じることができるようするために、古代エジプトやギリシャの時代から作図問題があったことや、作図三大問題を紹介するなど、数学の歴史について触れ、数学が人の手によって発展してきた学問であるということ伝える。
- ・ 他者の考えを聞き、自分の考えに変容が起きたり、考えを深めたりすることができるようにするために、グループで語り合う活動を積極的に行う。

5 本単元の目標

(1) 本単元の「ものがたりの授業」構想図

『ものがたりの授業』

★授業者のねがい（授業を通して生徒に期待する成長や変容）

作図は、新たな考えを生み出す可能性をもつものであると実感してほしい。

●題材（ 作図 ）に対する「ものがたり」の変容

（学習前）

作図は、定規とコンパスだけできれいに図をかき、図形の基礎基本を知ることができる。将来、設計図などをかくために学ぶのだと思う。

探究的な学び
他者と語り合う

（学習後）

作図は、かき方を身につけるだけではなく、「正 n 角形が無限にかける」など、学習したことを生かして数学的に深く考えていくために、学んだのだと思う。

《（授業者が考えた）単元学習後の「振り返り」例》 *「自己に引きつけた語り」部分

私は、「作図の学習をなぜするのか」という問いに、家を設計する際の製図など、将来役に立つ学習であると考えていました。

単元を通して、垂直二等分線や垂線の作図の方法を知りました。その中で、ただ作図ができるようになっただけでなく、「なぜこのような作図の方法でいいのか？」ということ进行深入考えたことで、作図の本質である「対称性」に気づくことができました。対称性に自分で気づいた時、すごく感動して、他の作図も自分でやってみたいとか、もっと色々な作図ができるのではないかと、という作図の可能性を、もっと探究していきたいと思うようになりました。

また、正多角形の作図では、円の中心にある角を、いくつも二等分していくことで、無限に正多角形を作図できるのではと考えました。正三十二角形なんてかけるわけないと思ったけど、今はかき方を説明することができます。作図は、新たな考えを生み出す可能性を感じさせてくれました。これからの数学の授業も、法則をただ覚えるだけの学習ではなく、作図でおこなったように「なぜ?」、「どうして?」などと深く考えていきたいです。

(2) 本単元で育成する資質・能力

知識 技能	・平面図形についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数理的に捉えたり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身につける。	○定規とコンパスの役割を理解し、正しく使用できるとともに、垂直二等分線、角の二等分線、垂線などの基本的な作図の意味を理解し、実際に作図することができる。
思考力 判断力 表現力等	・図形の構成要素や構成の仕方に着目し、図形の性質や関係を直感的に捉え論理的に考察する力を養う。	○どの作図も対称性をもとにしたものであると捉え、基本的な作図の方法を考察し、表現することができる。
学びに向かう力 人間性等	・数学的活動の楽しさやよさに気づいて粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って検討しようとする態度、多面的に捉え考えようとする態度を養う。	○作図の結果や方法を振り返って、作図した図形が条件に適するものであるかどうかを検討したり、作図を活用した問題解決の過程を振り返って検討したりしようとする。

(3) 単元構成 (全6時間)

時間	学習課題 (中心の問い) と◆学習内容	生徒の思考・反応・振り返り
0	<p>◆図形の学習についての考えと、『作図』に対する考えを記述する。</p> <p>図形における「作図」は、定規とコンパスだけで図形をかくことです。分度器を使わずに、色々な図形をかいていきます。 ★①「作図」は、何のために学習するのでしょうか？(生徒が作図を学ぶ意味や価値について、考えるための問い(しかけ))</p>	<p>生徒の思考・反応・振り返り</p> <p>定規とコンパスだけで、どんな図形がかけられるのかな？分度器がなくても角度を測ってかくことができるの？</p> <p>定規とコンパスだけで行う作図は、図形の知識を知るためとか、将来設計図をかくのに使うのだろう。</p>
1	<p>(学習課題) 2点から等しい距離は、どのようにして見つけることができるか？ ◆垂直二等分線の作図方法を考え、その特徴について知る。</p> <p>垂直二等分線にはどんな特徴がありますか？なぜ「垂直」と言えるの？</p>	<p>作図した図形を見ると、「ひし形」ができていて、垂直二等分線はひし形の対角線。ひし形の対角線は垂直に交わる。</p>
2	<p>(学習課題) 交わる2直線から等しい距離は、どのようにして見つけることができるか？ ◆鋭角の二等分線の作図方法について考え、その特徴について知る。</p> <p>★②角の二等分線と、前回の垂直二等分線には、どんな共通点がありますか？(基本的な作図について、一般化するための問い(しかけ))</p>	<p>角の二等分線にも、「ひし形」ができています。これまでの作図は、「ひし形」をつくるという点で共通している。</p> <p>角の二等分線は、どんな角でも「ひし形」をつくれればかけるはず。</p>
3	<p>(学習課題) 角の二等分線の作図はどんな角にも使えるのか？ ◆180°の角の二等分線(直線上の点を通る垂線)の作図方法について考え、これまでの垂直二等分線や鋭角の二等分線との共通点を考える。</p> <p>前回の角の二等分線の作図は、どんな角にも使える？180°の角でもかけるの？</p> <p>★③ひし形をつくらなくても作図できましたね。「ひし形」や「二等辺三角形」の共通点は何かな？(作図の「対称性」に気づくための問い(しかけ))</p>	<p>180°の角の二等分線は、コンパスで測りとった長さのままではひし形がかけない。大きいひし形をかかないといけないの？</p> <p>180°の角の二等分線は、「ひし形」ではなく「二等辺三角形」をかけた。</p>
4	<p>◆直線上にない点を通る垂線の作図方法を考える。</p> <p>(学習課題) これまでの作図はどんな場合に利用できるか？</p>	<p>「ひし形」も「二等辺三角形」も、「線対称」な図形だ。</p>

◆これまでの作図を利用した問題に取り組む。
◆「作図三大問題」など、作図の歴史について知る。

★④作図に関する色々な問題がありますね。作図は、どんな時に使えるかな？(作図の可能性について考えるための問い(しかけ))

5

(学習課題) 定規とコンパスだけで、どのような角度をつくれるか？

◆定規とコンパスで、どのような角度が作図可能か考え、実際に作図し、その角度になる理由を説明する。

★⑤色々な作図ができましたが、できないものはありますか。72° など、作図できないですか？(作図の「当たり前」についておさえる問い(しかけ))

では、角度ではなく正多角形ではどうでしょう？どんな正多角形が作図できるかな？その根拠も言える？

6

(本時)

(学習課題) 正n角形は、どのようにすれば作図できるのか？

◆正方形を作図し、そのような作図になる理由を考える。

正方形の作図ができていますね。★⑥なぜできた図形が、正方形といえますか。(語り合うための「しかけ」)

正八角形の作図もできそうですね。円に内接する正八角形の作図方法を考えてみましょう。

★⑦この考え方を使えば、正n角形の作図は、どのくらいの自然数までできそうですか。(問いを生徒のものにする「しかけ」)

★⑧円に内接する正多角形は、無限に作るができそうですね。正多角形の作図は、皆さんにどんな気づきや発見がありましたか。また、何か疑問に思ったことはありませんか。(振り返る視点を与えるための「しかけ」)

課題

◆「作図」に対するものがたりを記述する。

どの作図も「対称性」がポイントだったから、対称の軸をかくような、例えば「折り目」をかくような問題もあるかな。

小学校の時の正三角形や正六角形が作図できた。他の正多角形も作図できるのかな？正五角形もコンパスと定規だけでかけるの？

72°なんて作図できるわけがない。絶対分度器が必要。

「三大作図問題」も作図不可能と言われているし、作図には限界がある。

正三角形と正六角形の作図はできるし、なぜかけるのかも説明できる。

正方形は、垂線や角の二等分線を使えばかけるはず。

正方形は直径の垂直二等分線をひいて円との交点を結べばかける。中心の角が4等分されているから

円の中心の角を8等分できれば、正八角形が作図できるのでは。

2×2×2×…の数の正多角形は、角の二等分線を使って作図することができる。数が大きくなるにつれて、円に近づいていく。

正六角形も作図できるから、12、24、48…の正多角形も作図できるはず。

実際に正四十八角形なんてかくことはできないけど、方法を説明することはできる。作図は、「かくことができる」のが目標なのではなく、色々考えていくことが目標だったのかな。

6 本時の学習指導

(1) 目標

- ・ 色々な正多角形を作図する活動を通して、基本の作図方法を利用して作図する方法について考え、作図することができる。
- ・ 正多角形の作図方法について検証する活動を通して、よりよい作図方法を見出したり、円に内接する正多角形の作図の可能性について考えたりすることができる。

(2) 学習指導過程

学習内容及び学習活動	予想される生徒の反応	○教師のかかわり・★しかけ
1 垂直二等分線、角の二等分線、垂線の作図の方法や、正三角形と正六角形がなぜ作図できたのかを振り返り、本時の課題を確認する。(全体)	<ul style="list-style-type: none"> ・これまで学習してきたように、定規とコンパスを使って、色々な角度をかくことができた。 ・作図は対称性を使ってきた。どの作図も「対称」がポイントだ。 ・色々な角度も作図できたけど、どうしても作図できない角もあった。 ・正三角形と正六角形がなぜ作図できたかはわかった。他の正多角形も作図できるのかな。 	<ul style="list-style-type: none"> ○これまでの作図方法や、垂直二等分線や角の二等分線、垂線が、対称な図形の対称の軸になっていたことを確認するために、作図をしている動画を示す。 ★角の三等分線など、作図できないものがあることを復習し、作図の限界もあつたことに触れる。(授業終末で、「作図の可能性」に気づくための「しかけ」) ○生徒が本時の見通しをもつために、正三角形と正六角形が作図できた理由を振り返り、本時の課題を提示する。

学習課題：正 n 角形は、どのようにすれば作図できるのか？

2 どんな正多角形が作図可能か考え、正方形を作図する。(全体・四人組)	<ul style="list-style-type: none"> ・正方形や正八角形は、何となく作図できそう。 ・正方形は、定規とコンパスだけで作図できるのかな。 ・垂直二等分線や垂線を駆使すれば、正方形はかける。 ・正方形がかけたら、正八角形もかけそう。角を半分にしたらいいのでは。 ・友達の作図方法の方が、すっきりしていてかきやすそう。 	<ul style="list-style-type: none"> ★正方形が作図できた根拠をはっきりと知り、伝えることができるように、正方形の定義や対角線の性質を確認し、「なぜその作図で正方形と言えるの？」など、作図の意図を問い、班内で説明し合う。(語り合うための「しかけ」) ★多様な考えを引き出すと同時に、正方形になる根拠を中心に語り合うことを目的とするために、正方形の作図方法は2つまで考えることとする。(語り合う目的をはっきりとさせるための「しかけ」)
-------------------------------------	---	--

S1：このように作図すると、正方形がかけます。

T：S1さんの作図方法で、正方形が本当にかける？

S：かけました。

T：なぜこのような方法だと、正方形がかけているって言えるの？S1さんと同じ方法でかけた人はいますか？

S2：円の直径の垂直二等分線をひくと、中心を $360^\circ \div 4$ で 90° に4等分しています。その円との4交点を結んでできた四角形の対角線の長さが、どちらも直径で等しく、垂直に交わっているから正方形といえます。

T：S2さんがそう言っているけど、S1さん本当？

S1：そうです。同じ考えで作図しました。

S3：他の方法でも作図できます。はじめに1辺の長さを決めて、その辺と垂直な直線をひきます。直角二等辺三角形をつかって、直角の二等分線をひき、反対側に合同な直角三角形をつくと、すべての辺の長さが等しくて、すべての角が 90° の四角形ができる。つまり、正方形を作図できるといえます。

T：S3さんがそう言っているけど、みんなこのやり方でも正方形が作図できる？

S：ほんとだ。この方法でもできる。

T：S1さんの方法を使って、ほかの正多角形を作図することはできないかな？

S4：円の中心角を等分して、その等分線と円周の交点を結べば、正多角形ができるのでは。

<p>3 円に内接する正方形から、正八角形の作図方法について考える。(全体・四人組)</p> <p>4 円に内接する正多角形の作図について考える。(全体・四人組)</p>	<p>・円の中心を8等分する方法は、小学校のときに分度器でやった気がする。</p> <p>・円の中心角を8等分するのは、角の二等分線で行けるぞ。</p> <p>・この考え方を使えば、正八角形だけではなく、正十六角形もかけられると思う。</p>	<p>○中心角の等分を意識することができるようにするために作図したものが正八角形といえる根拠を問い、班内で説明し合うよう呼びかける。</p> <p>★作図の可能性を実感することができるように、円に内接する正多角形の作図の方法について議論する。(語り合うための「しかけ」)</p>
<p>S1: このように作図すると、円に内接する正八角形がかけます。</p> <p>S2: このやり方を使えば、正十六角形も、正三十二角形もかける。</p> <p>T: 本当に正十六角形とか正三十二角形がかけられるの? 班で確認してみてください。(班で確認後)</p> <p>S: かける。</p> <p>T: <u>なぜ、正十六角形や正三十二角形がかけられるって言えるの? その根拠は?</u></p> <p>S3: 円の中心角を等分していくと、円の中に合同な二等辺三角形が現れて、頂点を結ぶとすべて等しい辺で、すべての角が等しい正多角形ができるからです。</p> <p>S: そうです。同じ考えです。</p> <p>T: ということは、この円の中心角を等分する考え方をを使うと、<u>正多角形はどのくらいの数を作図できるの。</u></p> <p>S3: $2 \times 2 \times 2 \times \dots$ の数の正多角形は、いくつでも作図できる。</p> <p>S4: 実際には円に近づいていって、作図をするのは難しいだろうけど。</p> <p>S5: 正三角形や正六角形も作図できたのだから、正十二角形、正二十四角形、48、…の正多角形も作図できると思う。</p> <p>T: 実際にはかかないけど、正四十八角形の作図方法がわかるなんてすごいですね。<u>他にも、この正多角形の作図から、発見したことはないかな?</u></p>		
<p>5 本時の授業を振り返る。(個人・四人組・全体)</p>	<p>・正四十八角形の作図ができるなんてすごい。</p> <p>・円の中心角を等分すると、おうぎ形の弧の長さや面積を求めるときにも使えそう。</p> <p>・円に内接する正多角形は、無限に作ることができることを見つけた。</p> <p>・正多角形の作図が無限にできる。でも、正五角形や正七角形の作図はどうだろう。</p> <p>・作図は、かき方だけを学ぶのではなく、そのかいたものが「なぜそう言えるのか?」を深く考えるために学ぶのかな。</p>	<p>★円に内接する正多角形の作図から、新たな気づきや疑問に思ったことはなかったかを問う。(問いを生徒のものにする「しかけ」)</p> <p>○円に内接する正多角形について深く考えることができるようにするために、中心角を等分しているおうぎ形や、弧の長さに着目するよう伝える。</p> <p>★「作図」に対する自身の変容を促すために、「正多角形の作図は、どんな気づきや発見があったか」という視点で振り返りを行う。(振り返りの視点を与えるための「しかけ」)</p>

7 見取り

- ・ 毎授業後の振り返りと単元のまとめレポートにおいて、「作図」について自分ごととして語るこ
とができているかを見とる。
- ・ 単元のまとめレポートにおいて、作図のもつ可能性について触れ、作図を学ぶ意味や価値を実感
できているか見とる。